

## Doppelankündigung für das Wintersemester 2022/23

- **Vorlesung:** Ergodentheorie (LV-12-105-333)
- **Seminar:** Ausgewählte Themen im Kontext maßerhaltender dynamischer Systeme (LV-12-105-401)

Ein maßerhaltendes dynamisches System (MDS) ist ein Tupel  $(\Omega, \mathcal{A}, P, T)$  bestehend aus einem Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$  und einer messbaren Selbstabbildung  $T : \Omega \rightarrow \Omega$ , die  $P$ -invariant ist, d.h.  $P^T = P$  erfüllt, wobei  $P^T(A) = P(T^{-1}(A))$  für  $A \in \mathcal{A}$ . Die  $k$ -te Iteration von  $T$ , bezeichnet mit  $T^{(k)} = T \circ T \circ \dots \circ T$ , ist wiederum eine  $P$ -invariante Selbstabbildung auf  $\Omega$ . In der Ergodentheorie studiert man das dynamische Verhalten von Orbits  $T^{(k)}(\omega), k \geq 1$  für typische Realisierungen  $\omega \in \Omega$ . Ein zentrales Resultat ist der Birkhoffsche Ergodensatz: ist das MDS *ergodisch* und  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  eine messbare  $P$ -integrierbare Funktion, so konvergiert das  $n$ -te Zeit-Mittel  $\frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} f \circ T^{(k)}(\omega)$  für  $P$ -fast alle  $\omega \in \Omega$  mit  $n \rightarrow \infty$  gegen das Raum-Mittel  $\int f dP$ .

In der Vorlesung werden diese und weitere Grundlagen zu MDS besprochen, Stichworte sind: Ergodizität, Mischungseigenschaften, Ergodensätze, Ergodische Zerlegung, Entropie und Isomorphie maßerhaltender dynamischer Systeme.

Im Seminar werden umfangreichere Beispiele und angrenzende Themen behandelt. Die Vorlesung kann auch ohne das Seminar besucht werden. Umgekehrt können einige Themen im Seminar auch behandelt werden, ohne dass die Vorlesung besucht werden muss, ein paar Begriffe müssten dann allerdings (zumindest oberflächlich) nachgearbeitet werden.

**Bei Interesse am Seminar teilzunehmen schicken Sie eine unverbindliche Anfrage an: [julian.gerstenberg@uni-marburg.de](mailto:julian.gerstenberg@uni-marburg.de)  
Wir erörtern dann mögliche Vortragsthemen.**

### Organisatorisches

#### **Vorlesung**

Zeit: Montags 10.00 - 12.00 Uhr, **Raum 04A30 (HS IV A4)**, Beginn 17. Oktober 2022  
Modul: Kleines Vertiefungsmodul Stochastik ohne Tutorium (verwendbar in Studiengängen BSc & MSc (Wirtschafts-)Mathematik, MSc Data Science, MSc Informatik)  
Prüfungsleistung: Klausur oder mündliche Prüfung  
Studienleistung: Keine  
Voraussetzungen: Grundkenntnisse maßtheoretischer Wahrscheinlichkeitstheorie

#### **Seminar**

Zeit: Blockveranstaltung in der hinteren Hälfte des Wintersemesters, nach Absprache  
Module: Seminarmodule entsprechend o.g. Studiengänge  
Prüfungsleistung: Vortrag mit schriftlicher Ausarbeitung (unbenotet), Teilnahme  
Studienleistung: Keine  
Voraussetzungen: paralleler Besuch der Vorlesung wird empfohlen, sonst siehe Vorlesung

Nachfragen jederzeit gerne an [julian.gerstenberg@uni-marburg.de](mailto:julian.gerstenberg@uni-marburg.de)

Ablauf Seminar:

- Anfrage und Einigung auf Thema
- Je nach Teilnehmerzahl: Blockveranstaltung in der zweiten Hälfte des Semesters, ggf in Verbindung mit der Vorlesung.
- Vortragsdauer: 45-60 Minuten
- Ausführliches Skript zum Vortrag ("Ausarbeitung", an die Zuhörer auszuhändigen)

Mögliche Themen: es werden Themen zusammen mit Literaturhinweisen gegeben. Sie sind aber aufgefordert, auch eigenständig nach zusätzlichem Material zu suchen. Insgesamt sollen Sie sich das Thema erarbeiten und einen interessanten Vortrag darüber zusammenstellen. Natürlich können wir uns gerne vorab austauschen und besprechen. Denkbare Themen sind:

- Kettenbrüche
- Markov-Ketten
- Gaußprozesse
- Entropie